

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИЗ ГЛАВЫ 1

ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА

Числа 0, 1, 2, 3, 4, ... можно классифицировать следующим образом:

- а) Натуральные числа, большие 1, делятся на простые и составные числа.
- б) Простые числа имеют только два делителя, т. е. 1 и само число (например, 2, 3, 5, 7, ...).
- в) Составные числа имеют более двух делителей (например, 4, 6, 8, 9, ...).

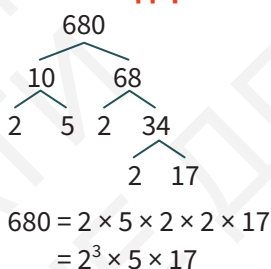
РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЛА НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ

Разложение числа на простые множители – это выражение составного числа в виде произведения только простых множителей.

Например,

Запишите число 680 в виде произведения степеней простых множителей.

Способ 1. Дерево множителей



Способ 2. Краткое деление

$$\begin{array}{r|l} 680 & 2 \\ 340 & 2 \\ 170 & 2 \\ 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & 1 \end{array}$$
$$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17$$
$$= 2^3 \times 5 \times 17$$

НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ И НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

Мы можем найти наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК) двух или нескольких чисел, используя разложение числа на простые множители.

НОД

Найдите НОД чисел 700 и 840.

$$700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$$

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\text{НОД} = 2^2 \times 5 \times 7$$

Умножьте общие простые множители с наименьшими степенями.

$$= 140$$

НОК

Найдите НОК чисел 700 и 840.

$$700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$$

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\text{НОК} = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

Умножьте все простые множители с наибольшими степенями.

$$= 4200$$

КВАДРАТ И КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ЧИСЛА

$$3 \text{ в квадрате} = 3^2$$
$$= 9$$

$$\text{Квадратный корень из } 9 = \sqrt{9}$$
$$= \sqrt{3^2}$$
$$= 3$$

Числа, квадратные корни которых являются натуральными числами, называются полными квадратами (например, 1, 4, 9, 16, 25, ...).

Дано разложение числа на простые множители: $2^6 \times 3^4 \times 5^{12}$. Будет ли оно полным квадратом?

КУБ И КУБИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ ЧИСЛА

$$5 \text{ в кубе} = 5^3$$
$$= 125$$

$$\text{Кубический корень из } 125 = \sqrt[3]{125}$$
$$= \sqrt[3]{5^3}$$
$$= 5$$

Числа, кубические корни которых являются натуральными числами, называются полными кубами (например, 1, 8, 27, 64, 125, ...).

Дано разложение числа на простые множители: $7^{12} \times 13^9 \times 19^3$. Будет ли оно полным кубом?

ПОВТОРЕНИЕ ГЛАВЫ 1

1 Найдите наименьшее число, простыми делителями которого являются 2, 5 и 7.

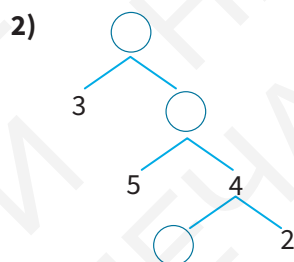
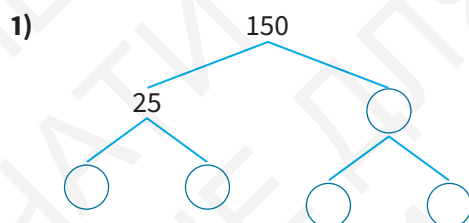
2 Определите, какими являются числа: простыми или составными.

- a) 649 b) 721

3 Проверьте, истинны или ложны следующие высказывания.

- a) Если 3 и 5 являются делителями некоторого числа, то и 15 будет делителем этого числа.
b) Если 246 – кратное некоторого числа, то и 123 будет кратным данного числа.

4 a) Заполните дерево множителей.



- b) Числа на вершине каждого дерева выразите в виде произведения степеней простых множителей.
c) Найдите НОД чисел, найденных в пункте b).
d) Найдите НОК чисел, найденных в пункте b).

5 Даны числа: 12, 40 и 45.

- a) Найдите НОД этих чисел.
b) Найдите НОК этих чисел.
c) Найдите наибольшее 4-значное число, являющееся общим кратным этих чисел.

6 a) Запишите следующие числа в виде произведения степеней простых множителей.

- 1) 12 2) 144 3) 5040

b) НОД и НОК двух чисел равны 12 и 5040 соответственно. Найдите второе число, если первое число равно 144.

7 a) Запишите число 240 в виде произведения простых множителей.

b) Найдите НОД чисел 75 и 240.

c) В коробке находится 240 конфет. В контейнере – 75 кексов. Камила купила равное число конфет и кексов. Какое наименьшее число коробок конфет она могла купить?

8 Произведение двух чисел равно 3388, а их НОД равен 11. Найдите все пары чисел, удовлетворяющие этим условиям.

9 Измерения прямоугольника: $(2^5 \times 7)$ см и $(2 \times 5^2 \times 7^3)$ см.

- a) Найдите площадь прямоугольника с помощью разложения числа на простые множители.
b) Площадь квадрата равна площади этого прямоугольника. Найдите сторону квадрата.

10 a) Запишите 375 в виде произведения степеней простых множителей.

b) Площадь квадрата равна $(375 \times n)$ см², где n – натуральное число. Найдите наименьшее значение n .

11 a) Вычислите, используя разложение числа на простые множители.

1) $\sqrt{2601}$

2) $\sqrt[3]{375 \times 243}$

b) Найдите НОД чисел, найденных в пункте a).

- 12 Произведение трёх последовательных чисел равно 1716. Найдите сумму этих чисел.

Совет: Используйте разложение числа на простые множители.

- 13 Число имеет 12 делителей, три из которых – это 3, 4 и 5. Найдите остальные 9 делителей.

- 14 Найдите наименьшее 4-значное число, кратное всем числам от 1 до 10. Обоснуйте свой ответ.

15



На рисунке изображено большое колесо обозрения, в котором можно разместить 784 человека. Число кабин равно вместимости одной кабины.

- a) Запишите число 784 в виде произведения степеней простых множителей.
- b) Найдите общее число кабин.
- 16 Ахмад, Ботир и Камила ходят в кафе каждый 6-й, 8-й и 15-й день месяца. Они пошли в кафе 1 января 2025 года. Когда в следующий раз они снова встретятся в кафе?

- 17 В коробке три вида шоколадных конфет. Из них с миндалём – 18 штук, с арахисом – 24 штуки, с кешью – 30 штук. Все конфеты раздали детям поровну. Каждый ребёнок получил по три вида конфет в равном количестве. Если каждый получил наибольшее возможное число конфет, то:

- a) сколько конфет получил каждый ребёнок?
- b) сколько детей получили конфеты с кешью?

- 18 Первый колокол звонит каждые 25 минут, а второй – каждые полчаса. Первый колокол прозвенел в 05:50, а второй – в 06:00.

- a) Когда колокола зазвонят одновременно?
- b) Сколько раз колокола будут звонить одновременно до 18:00?

- 19 Бумага прямоугольной формы имеет измерения 315 см и 99 см. Её разделили на несколько равных квадратов. Сторона каждого квадрата – целое число.

- a) Найдите наибольшее значение стороны каждого квадрата.
- b) Найдите другое наибольшее значение стороны квадрата.
- c) Имеются ли другие значения стороны квадрата? Обоснуйте свой ответ.

- 20 Нескольким учащимся хотят поровну раздать фрукты. Если фрукты разделить между 4 учащимися, то останется 2 фрукта. Если разделить между 6, то останется 4 фрукта. Если разделить между 15, то останется 13 фруктов. Найдите точное количество фруктов, если их приблизительное количество – 120 штук.



ПРОБЛЕМНОЕ ЗАДАНИЕ

Какие из шкафчиков открыты?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

На рисунке изображены закрытые шкафчики, пронумерованные от 1 до 100. Перед шкафчиками стоят 100 учащихся.

- 1-й учащийся открыл все 100 шкафчиков.
 - 2-й учащийся закрыл шкафчики, кратные 2.
 - 3-й учащийся закрыл все шкафчики, кратные 3, и открыл закрытые.
- Процесс продолжился таким образом для всех 100 учащихся.

Какие шкафчики в итоге останутся открытыми?

Для решения этой задачи воспользуйтесь 4-этапным алгоритмом.

Этап 1

Понимание условия задачи

- Объясните условие задачи своими словами.
- Определите цель.

Этап 2

Составление плана

Придумайте случай проще, например, 3 учащихся и 3 шкафчика.

Первоначально шкафчики были закрыты.

Шкафчики в конце будут либо открытыми, либо закрытыми.

Необходимо определить фактор, определяющий последнее состояние.

Когда найдёте ответ в случае с 3 шкафчиками, рассмотрите случай сложнее, например, с 5 учащимися и 5 шкафчиками.

Этап 3

Реализация плана

- Начните открывать 3 шкафчика (или 5 шкафчиков). Какие шкафчики открыты, а какие закрыты?
- Какой фактор определяет последнее состояние шкафчиков?
- Каков будет ответ в случае 100 шкафчиков?

Этап 4

Повторное рассмотрение (проверка)

- Проверьте правильность ответа.
- Будет ли верным ваш способ решения в случае 1000 учащихся и 1000 шкафчиков?

Учащийся \ Шкафчик	1	2	3
Учащийся 1	0	0	0
Учащийся 2	0	3	0
Учащийся 3			

0: открыто

3: закрыто



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

- 1 Запишите этапы разложения числа на простые множители для вычисления НОД и НОК двух чисел. Подтвердите свой ответ примерами.
- 2 Приведите один пример из повседневной жизни, где используется НОД и НОК.