

2.4

RATSIONAL, IRRATSIONAL VA HAQIQIY SONLAR

A Ratsional sonlar

Quyida berilgan sonlarni $\frac{a}{b}$ ko'rinishida yoza olamiz, bu yerda a va b — butun sonlar va $b \neq 0$.

Nol: 0

Musbat butun sonlar: 1; 2; 3; ...

Manfiy butun sonlar: -1; -2; -3; ...

Oddiy kasr va aralash sonlar: $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$; $5\frac{2}{7}$; ...

Chekli o'nli kasrlar: 0,4; 7,75; ...

Masalan,

$$0 = \frac{0}{7}, \quad 2 = \frac{2}{1}, \quad -3 = \frac{-3}{1}, \quad 5\frac{2}{7} = \frac{37}{7}, \quad 0,4 = \frac{2}{5} \quad \text{va} \quad 7,75 = 7\frac{3}{4} = \frac{31}{4}.$$

Bu sonlar **ratsional sonlar** deyiladi.

$\frac{a}{b}$ ko'rinishida yozish mumkin bo'lgan sonlar **ratsional sonlar** deb ataladi. Bu yerda a va b — butun sonlar va $b \neq 0$.

Keling, har xil turdagi sonlar o'rtasidagi munosabatlarga e'tibor qarataylik.

Ratsional sonlar

$$\text{Masalan: } -9, -5, 0, 0,4, 3, 11, -2\frac{1}{7}, \frac{3}{8}, -\frac{9}{4}$$

Butun sonlar

$$\text{Masalan: } -9, -5, 0, 3, 11$$

Kasrlar

$$\text{Masalan: } -2\frac{1}{7}, \frac{3}{8}, 0,4 \left(\text{yoki } \frac{2}{5} \right), -\frac{9}{4}$$

0 va natural sonlar

(manfiy bo'lmagan butun sonlar)

$$\text{Masalan: } 0, 3, 11$$

Manfiy butun sonlar

$$\text{Masalan: } -9, -5$$

Har qanday $\frac{a}{b}$ kasr ko'rinishidagi ratsional son kasr suratini maxrajiga bo'lish natijasi

sifatida o'nli kasr ko'rinishida yozilishi mumkin.

Keling, ratsional sonlarni o'nli kasr ko'rinishida ifodalashni ko'rib chiqaylik.

12 MISOL

Quyidagi ratsional sonlarni o'nli kasrlarga aylantiring.

a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{53}{99}$

e) $\frac{47}{999}$

YECHISH

a) $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375$

b) $\frac{1}{9} = 0,11111111... = 0,(1)$

d) $\frac{53}{99} = 0,53535353... = 0,(53)$

e) $\frac{47}{999} = 0,047047047... = 0,(047)$



TAYANCH ATAMALAR

- ratsional sonlar
- chekli o'nli kasrlar
- davriy o'nli kasrlar
- irratsional sonlar
- haqiqiy sonlar



QIZIQARLI MA'LUMOT

Ratsional so'zi "ratio", ya'ni **nisbat** so'zidan kelib chiqqan. Sonlarning nisbatini oddiy kasr ko'rinishida yozishni o'rganganmiz. Masalan, qizlar sonining o'g'il bolalar soniga nisbati $\frac{3}{5}$ ko'rinishida yozilishi mumkin. Nisbatlar haqida keyingi boblarda ko'proq o'rganamiz.



E'TIBOR BERING!

Chekli o'nli kasrlar oddiy kasrlar ko'rinishida yozilishi mumkin.



E'TIBOR BERING!

Kalkulyatordan foydalanganda $1 \div 9$ o'nli kasrning qiymati 0,11111111 kabi ifodalanadi. Kalkulyator ekrani barcha raqamlarni ko'rsata olmasligi sababli biz kasrdagi takrorlanadigan raqamlar guruhidan xabardor bo'lishimiz kerak. 1 ni 9 ga bo'lganda bo'linmada 1 qoldiq takrorlanaveradi.

$$\begin{array}{r} -10 \quad | \quad 9 \\ -9 \quad | \quad 0,111... \\ \hline -10 \\ -9 \\ \hline 10... \end{array}$$

a) 0,375 oʻnli kasr — **chekli oʻnli kasr**, chunki unda chekli sondagi raqamlar mavjud.
b), d) va e) bandlardagi oʻnli kasrlar esa chekli emas, chunki ulardagi raqamlar cheksiz koʻp boʻlib, ular davriy takrorlanib boradi.
Bunday oʻnli kasrlarni **davriy oʻnli kasrlar** deb ataymiz.

b) $\frac{1}{9} = 0,11111111\ldots$. Bu yerda faqat 1 raqami takrorlanmoqda va buni qavs ichiga olib quyidagicha yozamiz: $\frac{1}{9} = 0,(1)$.

d) $\frac{53}{99} = 0,53535353\ldots$ va e) $\frac{47}{999} = 0,047047047\ldots$. Bu sonlarning har birida takrorlanuvchi raqamlar mavjud. Bu raqamlarni qavs ichiga olib quyidagicha yozamiz: $\frac{53}{99} = 0,(53)$ va $\frac{47}{999} = 0,(047)$.

Yuqorida **ratsional sonlar** oʻnli kasr koʻrinishida yozilganda ular chekli yoki davriy oʻnli kasr boʻlishini koʻrdik.



MUHOKAMA QILING!

0,31818 soni davriy oʻnli kasrmi? Nima uchun?

12 MASHQ

Oddiy kasrlarni oʻnli kasrga aylantiring va ularning chekli yoki davriy oʻnli kasr ekanini aniqlang.

a) $\frac{9}{16}$

b) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{9}{11}$

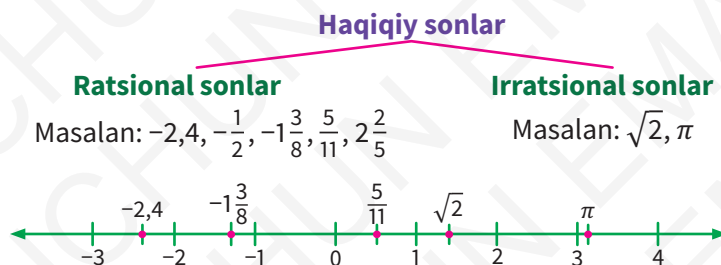
e) $\frac{7}{22}$

B Irratsional va haqiqiy sonlar

$\frac{a}{b}$ koʻrinishida yozish mumkin boʻlmagan sonlar ham mavjud (bu yerda a va b —butun sonlar, $b \neq 0$). Bu sonlarni chekli yoki davriy oʻnli kasr koʻrinishida yozib boʻlmaydi. Bunday sonlar **irratsional sonlar** deyiladi.

Masalan, π va $\sqrt{2}$ sonlari. Kompyuter yordamida π ning verguldan keyingi minglab raqamlari hisoblab chiqilgan va ularning takrorlanmasligi aniqlangan. Xuddi shunday, $\sqrt{2}$ ning oʻnli yozuvida ham davriy takrorlanishlar yoʻq va $\sqrt{2}$ ham irratsional son ekanini koʻrsatishimiz mumkin.

Ratsional va irratsional sonlar birgalikda **haqiqiy sonlar**ni tashkil etadi. Biz buni quyidagicha tasvirlashimiz mumkin:



Har qanday haqiqiy son sonlar oʻqida nuqta bilan belgilanadi.



OʻYLAB KOʻRING

a) faqat “1”, b) faqat “0” va “1” raqamlaridan foydalanib oʻnli kasr koʻrinishidagi irratsional son tuza olasizmi?

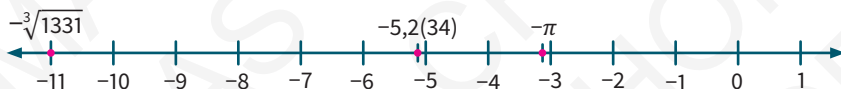
Agar javobingiz “ha” boʻlsa, bu sonni yozing. Agar “yoʻq” boʻlsa, sabablarini keltiring.

13 MISOL

- a) Quyidagi sonlarni ratsional yoki irratsional son ekanini aniqlang.
 1) $-\sqrt[3]{1331}$ 2) $-5,2(34)$ 3) $-\pi$
 b) Bu sonlarni kamayib borish tartibida yozing.

YECHISH

- a) 1) $-\sqrt[3]{1331} = -\sqrt[3]{11^3} = -11$
 $-\sqrt[3]{1331}$ — manfiy butun son. Demak, bu — ratsional son.
 2) $-5,2(34) = -5,2343434 \dots$
 $-5,2(34)$ — “34” soni takrorlanuvchi davriy oʻnli kasr.
 Demak, bu — ratsional son.
 3) $-\pi = -3,1415926 \dots$
 π cheksiz va raqamlari takrorlanmaydigan boʻlgani uchun u irratsional son boʻladi.
 b) Sonlar oʻqini chizib, unda shu sonlarni quyidagicha belgilashimiz mumkin.



Sonlarning kamayib borish tartibida yozilishi: $-\pi$, $-5,2(34)$ va $-\sqrt[3]{1331}$.



E'TIBOR BERING!

π ni koʻpincha $\frac{22}{7}$ yoki 3,142 koʻrinishida yozamiz. Bu π ning taqribiy qiymatidir.

CHIZMALAR

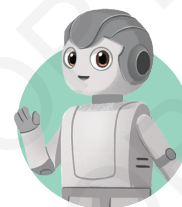
Chizmalardan foydalanish matematik obyektlarni koʻz oldimizga keltirishga yordam beradi. Chizmalar nimani anglatishini bilar ekanmiz, fikrlarni birlashtirish va tahlil qilishda foydalanishimiz mumkin.

Sonlar oʻqidagi har bir nuqta haqiqiy sonni anglatadi.



13 MASHQ

- a) Quyidagi sonlarni ratsional yoki irratsional ekanini aniqlang.
 1) $-\frac{8}{3}$ 2) $\sqrt[3]{-3375}$ 3) $\pi + 1$ 4) $\frac{0,(034)}{2}$
 b) Bu sonlarni oʻsib borish tartibida yozing.



2.4 MUSTAHKAMLASH MASHQI

BOSHLANG'ICH DARAJA

- 1 Oddiy kasrlarni oʻnli kasr koʻrinishida yozing. Chekli yoki davriy oʻnli kasr ekanini aniqlang.

- a) $\frac{3}{4}$ b) $-1\frac{2}{5}$ d) $\frac{2}{9}$
 e) $-\frac{13}{11}$ f) $-\frac{7}{12}$ g) $-\frac{17}{20}$

- 2 Oʻnli kasrlarni qisqarmas oddiy kasr yoki aralash son koʻrinishida yozing.

- a) 0,32 b) 0,666
 d) 3,45 e) -8,25

- 3 $-\frac{2}{3}$; 0,66666...; 9,(32); $\pi - 3$; 3,1415926; $\sqrt[3]{-216}$

Yuqoridagi sonlarni

- a) ratsional sonlar,
 b) irratsional sonlar guruhiga ajrating.

O'RTA DARAJA

- 4 Quyidagi sonlarni oʻsib borish tartibida yozing.

$\frac{23}{70}$, 0,(302), 0,3(02), 0,30(2), $\frac{1}{3}$

- 5 a) Quyidagi sonlarni o'sib borish tartibida yozing.

$$\frac{1}{14}, \frac{1}{5}, \frac{1}{11}, \frac{1}{8}$$

- b) Quyidagi sonlarni kamayib borish tartibida yozing.

$$\frac{13}{14}, \frac{4}{5}, \frac{10}{11}, \frac{7}{8}$$

YUQORI DARAJA

- 6 Butun sonni quyidagi sonlarga bo'lganda hosil bo'lgan o'nli kasrdagi takrorlanuvchi raqamlarning eng katta sonini toping.

- a) 3 b) 7
Javobingizni tushuntiring.

- 7 Quyidagi tasdiqlarning "rost" yoki "yolg'on" ekanini aniqlang. Tasdiq "yolg'on" bo'lsa, kontrmisol keltiring.

- a) Ikki irratsional sonning yig'indisi har doim irratsional son bo'ladi.
b) Ratsional va irratsional sonning yig'indisi irratsional son bo'ladi.
d) Ikki irratsional sonning ko'paytmasi har doim irratsional son bo'ladi.
e) 0 dan farqli ratsional son va irratsional sonning ko'paytmasi irratsional son bo'ladi.

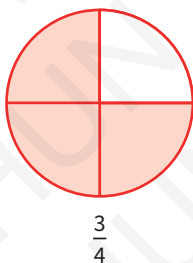
- 8 Shunday a sonni topingki, bu yerda $-\frac{1}{2} < a < -\frac{1}{3}$ va

- a) a — chekli o'nli kasr,
b) a — davriy o'nli kasr,
d) a — irratsional son bo'lsin.

2.5 HAQIQIY SONLAR USTIDA AMALLAR

A Oddiy kasrlar

Biz bu teng kuchli kasrlarni o'rgangan edik: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$.



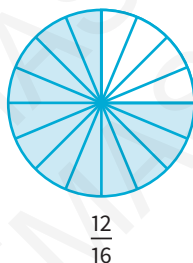
$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{6}{8}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3}{4}$$

umumiy ko'paytuvchi



$$\frac{12}{16}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{3}{4}$$

umumiy ko'paytuvchi

$\frac{3}{4}$ oddiy kasr surat va maxrajining 1 dan farqli umumiy bo'luvchisi yo'q.
Bu kasr **qisqarmas shaklda** berilgan deyiladi.

Shuningdek, **to'g'ri kasrlar**, **noto'g'ri kasrlar** va **aralash sonlar** ustida to'rt amalni o'rgangan edik. Bu bo'limda biz to'rt amalni $\frac{a}{b}$ (bu yerda a va b — butun sonlar va $b \neq 0$) ko'rinishidagi ratsional sonlar ustida bajaramiz.

Oddiy kasrlarni qo'shish va ayirish

Butun sonlarni qo'shish va ayirish qoidalari oddiy kasrlar uchun ham amal qiladi.

TAYANCH ATAMALAR

- kasrning qisqarmas shakli
- to'g'ri kasr
- noto'g'ri kasr
- aralash sonlar

CHIZMALAR

Chizmalar yordamida bo'yalgan maydon va butun qism o'rtasida munosabatlarni aniqroq tushunishimiz mumkin. Bo'yalgan qismlarning nisbatlari bir xil ekanini ayta olamiz. Demak, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ va $\frac{12}{16}$ kasrlar teng kuchli bo'ladi.



E'TIBOR BERING!

Agar oddiy kasrning surati va maxrajining EKUBi 1 ga teng bo'lsa, kasr qisqarmas bo'ladi.