

2.2

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

В предыдущей теме мы научились обозначать положительные и отрицательные числа на числовой оси. Эти числа также можно показать, используя алгебраические кнопки. Каждая кнопка имеет две стороны, как показано на рисунке. На одной стороне написано «1», а на другой «-1».



КЛЮЧЕВЫЕ ТЕРМИНЫ

- противоположное число
- сложение целых чисел
- нулевая пара
- вычитание целых чисел

Чтобы показать противоположное число, надо перевернуть кнопки, как показано ниже.



Таким образом, $-(1) = -1$ и $-(-1) = 1$.

Чтобы получить 4, используем четыре кнопки 1.



Запишем как « $1 + 1 + 1 + 1 = 4$ ».

Чтобы получить -3, используем три кнопки -1.



Запишем как « $(-1) + (-1) + (-1) = -1 - 1 - 1 = -3$ ».

А Сложение целых чисел

Температура замороженного мяса составляет -3°C . При нагревании его температура поднялась на 4 градуса. Сколько градусов составила температура мяса?

Чтобы ответить на вопрос, надо вычислить $(-3) + 4$, т. е. надо **сложить целые числа**.

Сложение целых чисел можно изобразить с помощью алгебраических кнопок. Для этого понадобится понятие **нулевой пары** – кнопок 1 и -1.



Таким образом, $1 + (-1) = 1 - 1 = 0$ и $3 + (-3) = 3 - 3 = 0$.

Рассмотрим, как можно **сложить целые числа** с помощью алгебраических кнопок.



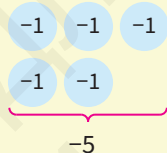
АКТИВИЗИРУЮЩЕЕ ЗАДАНИЕ 2

Цель: сложение целых чисел с помощью алгебраических кнопок.

Сложение целых чисел с одинаковыми знаками.

Пример.

Вычислите: $(-3) + (-2)$.



Чтобы изобразить -3 , возьмите три кнопки -1 .

Чтобы изобразить $+(-2)$, прибавьте две кнопки -1 .

$$\therefore (-3) + (-2) = -5$$

$$\text{Запишем это следующим образом: } (-3) + (-2) = -3 - 2 = -5.$$

1 Вычислите с помощью алгебраических кнопок.

a) $5 + 1$

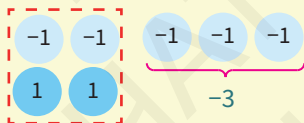
b) $(-5) + (-5)$

c) $(-2) + (-3)$

d) $(-3) + (-5)$

Пример.

Вычислите: $(-5) + 2$.



Чтобы получить -5 , надо взять 5 кнопок -1 .

Чтобы получить $+2$, надо прибавить две кнопки 1 .

Уберите нулевые пары.

В этом примере мы сложили положительные и отрицательные числа. Так как количество кнопок « -1 » было больше, чем количество кнопок « 1 », ответ будет отрицательным.

$$\therefore (-5) + 2 = -3$$

$$\text{Запишем это следующим образом: } (-5) + 2 = -5 + 2 = -3.$$

$$\begin{aligned} \text{Также можно записать так: } (-5) + 2 &= 2 + (-5) \\ &= 2 - 5 \\ &= -3. \end{aligned}$$

2 Вычислите с помощью алгебраических кнопок.

a) $7 + (-3)$

b) $(-4) + 6$

c) $3 + (-5)$

d) $5 + (-2)$

3 Вычислите с помощью алгебраических кнопок. Что вы заметили?

a) $2 + 3$ и $3 + 2$

b) $(-5) + 4$ и $4 + (-5)$

С помощью ответов из пунктов **3a)** и **3b)** активизирующего задания 2 мы определили следующее:

Сложение целых чисел коммутативно, т. е. $3 + 2 = 2 + 3$, $(-5) + 4 = 4 + (-5)$.

От перестановки мест слагаемых сумма целых чисел не меняется.

4 ПРИМЕР

Для следующих выражений сначала определите знак (положительный или отрицательный), а затем найдите их значение без использования калькулятора или алгебраических кнопок.

a) $(-8) + (-7)$

b) $25 + (-11)$

c) $(-16) + 9$

d) $0 + (-4)$

РЕШЕНИЕ

a) $(-8) + (-7)$

Так как оба числа отрицательные, ответ будет отрицательным.

$$\begin{aligned} (-8) + (-7) &= -8 - 7 \\ &= -15 \end{aligned}$$

b) $25 + (-11)$

Так как количество положительных единиц больше количества отрицательных, сумма положительна.

$$\begin{aligned} 25 + (-11) &= 25 - 11 \\ &= 14 \end{aligned}$$

c) $(-16) + 9$

Так как количество отрицательных единиц больше количества положительных, сумма отрицательна.

$$\begin{aligned} (-16) + 9 &= -16 + 9 && \text{или } (-16) + 9 = 9 + (-16) \\ &= -7 && = 9 - 16 \\ & && = -7 \end{aligned}$$

d) $0 + (-4)$

Так как одно слагаемое равно нулю, а другое состоит только из отрицательных единиц, сумма отрицательна.

$$\begin{aligned} 0 + (-4) &= 0 - 4 \\ &= -4 \end{aligned}$$

4**ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**

Для следующих выражений сначала определите знак (положительный или отрицательный), а затем вычислите без использования калькулятора или алгебраических кнопок.

a) $(-16) + (-14)$

b) $17 + (-9)$

c) $-13 + 21$

d) $(-23) + 12$

e) $0 + (-25)$

f) $14 + (-26)$

5**ПРИМЕР**

Вы добавили на банковский счёт 100 000 сумов, затем перевели 120 000 сумов на другой счёт. Как изменится первоначальный баланс?

РЕШЕНИЕ

Будем считать, что добавленная сумма – положительное число, а переведённая на другой счёт – отрицательное.

Добавленная сумма = 100 000 сумов.

Переведённая сумма на другой счёт = -120 000 сумов.

$$\begin{aligned} \text{Изменение баланса} &= 100\,000 + (-120\,000) = -20\,000 \text{ сумов.} \\ &= -20\,000 \text{ сумов.} \end{aligned}$$

Первоначальный баланс изменился на -20 000 сумов или уменьшился на 20 000 сумов.

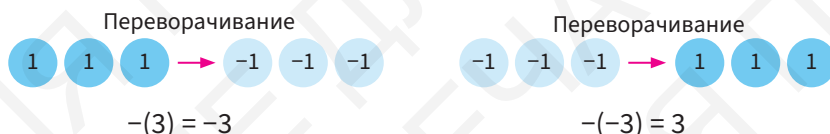
5**ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**

a) Температура вещества за первый час поднялась на 6 градусов и за второй час опустилась на 7 градусов. Как изменилась температура вещества за эти два часа?

b) Жамиля заняла у Баходира 180 000 сумов. Через некоторое время она вернула 130 000 сумов. Сколько сумов осталось отдать Жамиле?

В Вычитание целых чисел

Изменив знак числа, мы получим число, **противоположное** данному числу. Например, число, противоположное 3, – это -3 , а число, противоположное числу -3 , – это $-(-3) = 3$. Переворачивая алгебраические кнопки, можно получить противоположное число.



Рассмотрим, как можно выполнить **вычитание целых чисел** с помощью алгебраических кнопок.



АКТИВИЗИРУЮЩЕЕ ЗАДАНИЕ 3

Цель: выполнение вычитания целых чисел с помощью алгебраических кнопок. **Вычитание положительных целых чисел.**

Примеры.

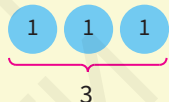
1) Вычислите: $7 - 3$.



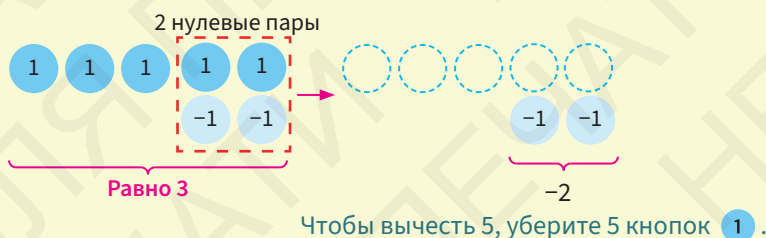
$$\therefore 7 - 3 = 4$$

Запишем это следующим образом: $7 - 3 = 7 + (-3) = 4$

2) Вычислите: $3 - 5$.



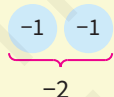
Из 3 кнопок нельзя убрать 5 кнопок $\textcircled{1}$. Поэтому нужно сначала добавить 2 нулевые пары.



$$\therefore 3 - 5 = -2$$

Запишем это следующим образом: $3 - 5 = 3 + (-5) = -2$.

3) Вычислите: $(-2) - 4$.



Обратите внимание, мы не можем из 2 кнопок $\textcircled{-1}$ убрать 4 кнопки $\textcircled{-1}$.



ВСПОМНИТЕ

Число, противоположное числу 1, записывается в виде $-(1) = -1$.

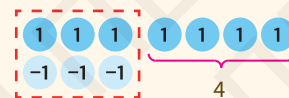
Число, противоположное числу -1 , записывается в виде $-(-1) = 1$.



ВСПОМНИТЕ

В примере 2 мы увидели, что $5 + (-2) = 5 - 2 = 3$.

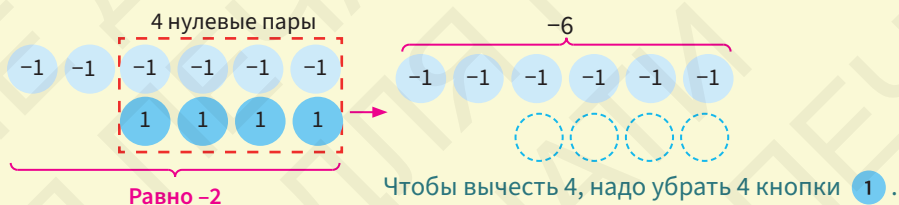
Значит, выражение **из активизирующего задания 3** мы можем записать в виде $7 - 3 = 7 + (-3) = 4$. То есть,



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Мы можем добавить любое количество нулевых пар, но, чтобы убрать 5 кнопок $\textcircled{1}$, достаточно добавить 2 нулевые пары.

Для этого добавим 4 нулевые пары.



$$\therefore (-2) - 4 = -6$$

Запишем это следующим образом:

$$(-2) - 4 = -2 - 4 \quad \text{или} \quad (-2) - 4 = (-2) + (-4) = -6$$

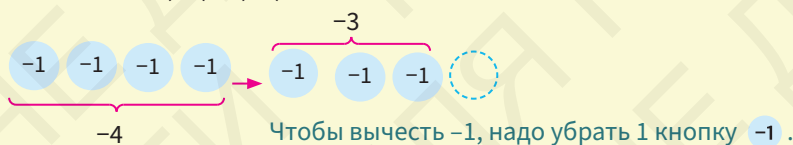
1 Вычислите.

- a) $5 - 2$ b) $3 - 4$ c) $(-3) - 1$ d) $(-6) - 3$

Вычитание отрицательных чисел

Примеры.

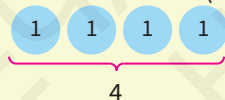
1) Вычислите: $(-4) - (-1)$.



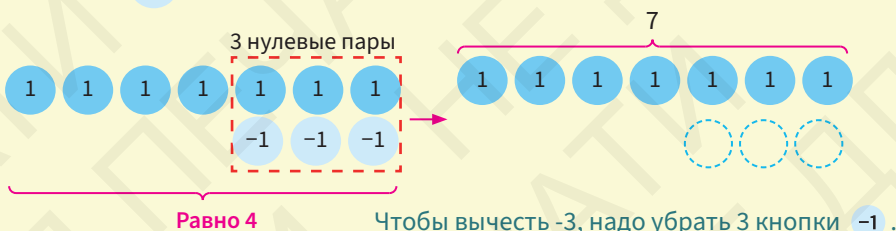
$$\therefore (-4) - (-1) = -3$$

$$\text{Запишем это следующим образом: } (-4) - (-1) = -4 + 1 = -3.$$

2) Вычислите: $4 - (-3)$.



Обратите внимание, здесь 4 кнопки 1. Нельзя убрать 3 кнопки -1. Поэтому добавим 3 нулевые пары.



$$\therefore 4 - (-3) = 7$$

$$\text{Запишем это следующим образом: } 4 - (-3) = 4 + 3 = 7.$$

2 Вычислите.

- a) $(-9) - (-7)$ b) $(-3) - (-5)$ c) $6 - (-3)$ d) $2 - (-4)$

С помощью **активизирующего задания 3** мы определили следующее:

- Вычитание некоторого числа можно заменить сложением противоположного ему числа.

Например, $3 - 5 = 3 + (-5)$.
(из 3 вычесть 5) (к 3 прибавить отрицательное 5)

- Вычитание отрицательного числа можно заменить положительным числом.

Например, $-(-5) = 5$.
(вычесть отрицательное 5) (положительное 5)

6 ПРИМЕР

Вычислите без использования калькулятора или алгебраических кнопок.

- a) $0 - (-17)$ b) $5 - 8$ c) $-16 - (-9)$

РЕШЕНИЕ

a) $0 - (-17) = 0 + 17$
 $= 17$

b) $5 - 8 = 5 + (-8)$
 $= -3$

c) $-16 - (-9) = -16 + 9$
 $= -7$

Сумма 0 и положительного числа будет положительным числом.

Если число отрицательных единиц больше положительных единиц, то ответ будет отрицательным.



ОБСУДИТЕ

Будет ли вычитание целых чисел коммутативным? Обоснуйте свой ответ.



ЭТО ИНТЕРЕСНО!

Среднее время по Гринвичу (GMT) – среднее солнечное время меридиана, на котором была расположена Королевская обсерватория в Гринвиче в Англии. Среднее время по Гринвичу рассчитывается по Гринвичскому (или нулевому) меридиану. Нулевой меридиан – это линия, соединяющая Северный полюс с Южным полюсом и проходящая через Королевскую обсерваторию с долготой 0° . В Узбекистане время опережает среднее время по Гринвичу на 5 часов. Поэтому мы говорим, что часовая пояс в Узбекистане – GMT+5.

6 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите без использования калькулятора или алгебраических кнопок.

- a) $13 - (-21)$ b) $-19 - (-4)$ c) $3 - (-26)$
d) $13 - 21$ e) $-14 - 24$ f) $-11 - (-25)$

7 ПРИМЕР

В августе Ташкент находится в часовом поясе GMT+5, а Нью-Йорк – в часовом поясе GMT-4.

- a) На сколько часов местное время в Ташкенте опережает местное время в Нью-Йорке?
b) Какая дата и какое местное время будет в Нью-Йорке, когда в Ташкенте наступит 9 августа 03:00?

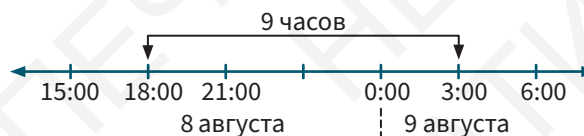
РЕШЕНИЕ

- a) Для того чтобы узнать, на сколько часов местное время в Ташкенте опережает местное время в Нью-Йорке, определим разницу во времени между этими городами.

$$5 - (-4) = 5 + 4$$
$$= 9 \text{ часов}$$

В августе местное время в Ташкенте опережает местное время в Нью-Йорке на 9 часов.

- b) Чтобы показать время, воспользуемся чертежом. По чертежу можно определить, что в Нью-Йорке будет 8 августа 18:00.



7 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

В июле Сидней будет находиться в часовом поясе GMT+8, а Ванкувер – в часовом поясе GMT-4.

- a) На сколько часов местное время в Ванкувере отстает от местного времени в Сиднее?
b) Каким будет местное время и дата в Сиднее, когда в Ванкувере наступит 3 июля 16:00?
c) Жанет живёт в Ванкувере и хочет полететь в Сидней. Каково будет местное время и дата в Сиднее по приземлении самолёта, если самолёт вылетает 3 июля в 16:00 и весь полёт занимает 15 часов 30 минут?

2.2 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

НАЧАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Выполните задания без использования калькулятора.

1 Вычислите.

- a) $-13 + 5$ b) $(-27) + (-3)$
c) $(-4) + 18$ d) $18 + (-7)$
e) $0 + (-12)$ f) $-37 + 37$
g) $-16 + (-25)$ h) $24 + (-30)$

2 Вычислите.

- a) $6 - 13$ b) $(-17) - 8$
c) $29 - (-7)$ d) $-12 - (-23)$
e) $(-5) - (-5)$ f) $-6 - 24$
g) $(-19) - (-8)$ h) $11 - (-24)$

СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ

3 Найдите значения выражений.

- a) $3 - (-8) + (-4)$ b) $(-2) - (-5) + (-3)$
c) $(-9) + (-2) - (-7)$ d) $8 - (-2) + (-8)$
e) $7 + (-12) + (-6)$ f) $-19 - (-15) + 10$
g) $15 - (-7) + (-7)$ h) $-12 + (-9) + (-3)$

4 Найдите пропущенные числа.

- a) $7 + \square = 3$ b) $11 + \square = -5$
c) $-9 - \square = -13$ d) $-8 - \square = 10$
e) $-8 + \square = 6$ f) $4 - \square = 7$

5 Температура замедзания воды составляет 0°C . Если в воду добавить соль, то температура замедзания снизится на 6 градусов. Найдите температуру замедзания воды после добавления соли.

Примечание: Посыпание дорог солью – один из способов обеспечить безопасное движение транспортных средств без скольжения в зимний период за счёт снижения температуры замедзания.

6 Вертолёт, летевший на высоте 120 м выше уровня моря, заметил подводную лодку. Каково вертикальное расстояние между вертолётom и подводной лодкой, если лодка находится на 39 м ниже уровня моря?

7 Вчера на банковском счёте Жамола было 300 000 сумов. Сегодня его отец положил на этот счёт 600 000 сумов. Завтра Жамол планирует снять со счёта 200 000 сумов. Сколько денег останется на счёте, если

снятые со счёта деньги выразить в виде числа $-200\,000$?

- a) Сколько денег на счёте Жамола сегодня?
b) Сколько денег на счёте Жамола будет завтра?

8 Автомобиль проехал 16 км на юг, затем 33 км на север и 12 км снова на юг. Каково его окончательное местоположение после начала движения?

9 Определите истинность или ложность следующих высказываний о числах. Если высказывание ложно, то приведите контрпример.

- a) Положительное + Положительное = Отрицательное
b) Отрицательное + Положительное = Положительное
c) Отрицательное – Положительное = Отрицательное
d) Отрицательное – Отрицательное = Положительное

ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ

10 Али 4 месяца назад начал малый бизнес. В таблице приведены сведения о его доходах (положительное) и расходах (отрицательное).

- a) Найдите доход / расход за 4 месяца.
b) Каким должен быть доход Али в 5-м месяце, чтобы общий доход за первые 5 месяцев составил 18 000 000 сумов?

Месяцы	Доход / Расход
1	$-23\,000\,000$ сумов
2	$-6\,000\,000$ сумов
3	$9\,000\,000$ сумов
4	$17\,000\,000$ сумов

11 Азиз вылетел из Лондона в Нью-Йорк 8 ноября в 08:30. Самолёт приземлился в Нью-Йорке по местному времени 8 ноября в 11:10. Найдите время полёта из Лондона в Нью-Йорк, если часовые пояса Лондона – GMT+0, а Нью-Йорка – GMT-5.

12 Вычислите.
 $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100$.