

СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ

- 4 Запишите числа в порядке возрастания.

$$\frac{23}{70}, 0,(302), 0,3(02), 0,30(2), \frac{1}{3}$$

- 5 а) Запишите числа в порядке возрастания.

$$\frac{1}{14}, \frac{1}{5}, \frac{1}{11}, \frac{1}{8}$$

- б) Запишите числа в порядке убывания.

$$\frac{13}{14}, \frac{4}{5}, \frac{10}{11}, \frac{7}{8}$$

ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ

- 6 Найдите наибольшее число повторяющихся цифр в десятичных дробях, полученных при делении целого числа на:

- а) 3 б) 7

Обоснуйте свой ответ.

- 7 Определите истинность или ложность следующих высказываний. Если высказывание ложно, приведите контрпример.

- а) Сумма двух иррациональных чисел всегда будет иррациональным числом.
б) Сумма рационального и иррационального чисел всегда будет иррациональным числом.
в) Произведение двух иррациональных чисел всегда будет иррациональным числом.
г) Произведение рационального числа, отличного от 0, и иррационального числа всегда будет иррациональным числом.

- 8 Найдите такое число a , где $-\frac{1}{2} < a < -\frac{1}{3}$ и:

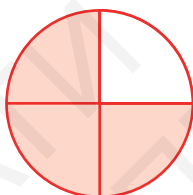
- а) a – конечная десятичная дробь;
б) a – периодическая десятичная дробь;
в) a – иррациональное число.

2.5

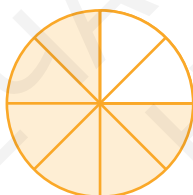
ВЫПОЛНЕНИЕ ДЕЙСТВИЙ НАД ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

А Обыкновенные дроби

Ранее вы изучали равносильные дроби: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$.



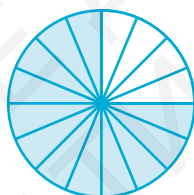
$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{6}{8}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3}{4}$$

Общий множитель



$$\frac{12}{16}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{3}{4}$$

Общий множитель

В числителе и знаменателе дроби $\frac{3}{4}$ нет общего множителя, кроме 1. Эта дробь дана в **несократимом виде**.

Также вы изучали действия над **правильными, неправильными дробями** и **смешанными числами**. В этой главе мы будем выполнять четыре действия над рациональными числами вида $\frac{a}{b}$, где a и b – рациональные числа и $b \neq 0$.

Сложение и вычитание обыкновенных дробей

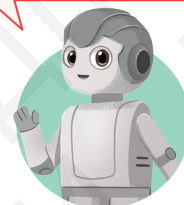
Правила сложения и вычитания целых чисел также распространяются и на обыкновенные дроби.

КЛЮЧЕВЫЕ ТЕРМИНЫ

- несократимый вид
- правильная дробь
- неправильная дробь
- смешанное число

ЧЕРТЕЖИ

С помощью чертежа мы можем наглядно увидеть взаимосвязь между закрашенной площадью и целой частью. Отношения закрашенных частей равны. Значит, дроби $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ и $\frac{12}{16}$ будут равносильными.



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Если НОД числителя и знаменателя дроби равен 1, то эта дробь будет несократимой.

14 ПРИМЕР

Вычислите без использования калькулятора $\frac{7}{8} - \left(-2\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$

РЕШЕНИЕ

НОК (8, 4, 3) = 24

$$\begin{aligned}\frac{7}{8} - \left(-2\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) &= \frac{7}{8} + \frac{11}{4} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{21}{24} + \frac{66}{24} - \frac{8}{24} \quad \text{НОК (3; 4; 8) = 24.} \\ &= \frac{21 + 66 - 8}{24} \\ &= \frac{79}{24} \\ &= 3\frac{7}{24}\end{aligned}$$

14 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите без использования калькулятора $1\frac{1}{4} + \left(-\frac{8}{3}\right) - \left(-\frac{5}{9}\right)$

Умножение и деление обыкновенных дробей

Мы расширим наши знания об умножении и делении дроби на целое число или правильную дробь, используя смешанные числа, отрицательные дроби и отрицательные смешанные числа. Деление одной обыкновенной дроби на другую обыкновенную дробь и умножение первой дроби на дробь, **обратную** второй, равносильны.

15 ПРИМЕР

Вычислите без использования калькулятора.

a) $-2\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$

b) $1\frac{7}{8} \div 1\frac{2}{7}$

РЕШЕНИЕ

a) $-2\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = -\frac{12}{5} \times \frac{3}{4}$
 $= -\frac{9}{5}$
 $= -1\frac{4}{5}$

Запишите смешанное число в виде неправильной дроби.
Разделите 12 и 4 на их общий делитель 4.
Упростите выражение.

b) $1\frac{7}{8} \div 1\frac{2}{7} = \frac{15}{8} \div \frac{9}{7}$
 $= \frac{15}{8} \times \frac{7}{9}$
 $= \frac{35}{24}$
 $= 1\frac{11}{24}$

Запишите смешанные числа в виде неправильных дробей.
Умножьте левую дробь на дробь, обратную $\frac{9}{7}$.
Разделите 9 и 15 на их общий делитель 3.
Упростите выражение.



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Для умножения и деления обыкновенных дробей их не надо приводить к общему знаменателю.

15 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите без использования калькулятора.

а) $-6\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$

б) $1\frac{5}{9} \div \left(-2\frac{1}{3}\right)$

16 ПРИМЕР

Вычислите без использования калькулятора $\left(-\frac{2}{3}\right) \div \left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right]$

РЕШЕНИЕ

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \div \left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)\right] = \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{5}{6}$$

$$= -\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$$

Умножьте на число, обратное $\frac{5}{6}$.

$$= -\frac{4}{5}$$

16 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите без использования калькулятора $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left[\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)\right]$

17 ПРИМЕР

$\frac{1}{4}$ часть участников конференции младше 15 лет, а $\frac{1}{5}$ старше 20 лет. $\frac{4}{7}$ части участников старше 20 лет составляют женщины.

а) Какую часть всех участников составляют участники в возрасте от 15 до 20 лет?

б) Какую часть всех участников составляют мужчины старше 20 лет?

РЕШЕНИЕ

а) Искомая часть $= 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

$$= \frac{20 - 5 - 4}{20}$$

$$= \frac{11}{20}$$

Участники в возрасте от 15 до 20 лет составляют $\frac{11}{20}$ частей всех участников.

б) Искомая часть $= \frac{1}{5} \times \left(1 - \frac{4}{7}\right)$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{3}{7}$$

$$= \frac{3}{35}$$

Мужчины старше 20 лет составляют $\frac{3}{35}$ части всех участников.

$\frac{3}{8}$ части игроков сборной команды по футболу проживают в махалле Олмазор, $\frac{2}{5}$ части – в махалле Урикзор, оставшаяся часть – в махалле Бодомзор. $\frac{2}{9}$ части игроков махалли Олмазор составляют мальчики.

- а) Какую часть составляют игроки из махалли Бодомзор?
 б) Какую часть составляют девочки из махалли Олмазор?

В Десятичные дроби

Сложение и вычитание десятичных дробей

Расширим наши знания о сложении и вычитании десятичных дробей до отрицательных десятичных дробей.

Вычислите без использования калькулятора.

- а) $13,65 + 5,938$ б) $47,3 + (-8,415)$ в) $15,2 - (-4,33)$

РЕШЕНИЕ

а)

$$\begin{array}{r} 13,650 \\ + 5,938 \\ \hline 19,588 \end{array}$$

Поставьте запятые в один столбик.
 Чтобы число цифр после запятой было равным, после 5 ставится 0.
 Сложите цифры столбиком справа налево.
 $\therefore 13,65 + 5,938 = 19,588$

б) $47,3 + (-8,415) = 47,3 - 8,415$

$$\begin{array}{r} 47,300 \\ - 8,415 \\ \hline 38,885 \end{array}$$

Поставьте запятые в один столбик.
 Чтобы число цифр после запятой было равным, после 3 ставятся два 0.
 Вычитите цифры столбиком справа налево.
 $\therefore 47,3 + (-8,415) = 38,885$

в) $15,2 - (-4,33) = 15,2 + 4,33$

$$\begin{array}{r} 15,20 \\ + 4,33 \\ \hline 19,53 \end{array}$$

$$\therefore 15,2 - (-4,33) = 19,53$$

Правила сложения и вычитания целых чисел применимы и к рациональным числам.

Вычислите без использования калькулятора.

- а) $21,357 + 9,24$ б) $16,054 - 8,39$
 в) $9,08 - (-0,96)$ г) $13 + (-2,88)$

Умножение и деление десятичных дробей

Вы уже научились умножать и делить десятичные дроби на натуральные числа. Теперь научимся умножать и делить десятичные дроби на десятичные дроби.

19 ПРИМЕР

Вычислите без использования калькулятора.

а) $3,2 \times 4,7$

б) $1,348 \times (-0,02)$

РЕШЕНИЕ

а) Способ 1:

$$\begin{aligned} 3,2 \times 4,7 &= \frac{32}{10} \times \frac{47}{10} \\ &= \frac{32 \times 47}{10 \times 10} \\ &= \frac{1504}{100} \\ &= 15,04 \end{aligned}$$

Способ 2:

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ \times 4,7 \\ \hline 224 \\ + 1280 \\ \hline 15,04 \end{array}$$

Одна цифра после запятой
Одна цифра после запятой
 $32 \times 7 = 224$
 $32 \times 40 = 1280$
 $1 + 1 = 2$ цифры после запятой

б) Способ 1:

$$\begin{aligned} 1,348 \times (-0,02) &= \frac{1348}{1000} \times \left(-\frac{2}{100}\right) \\ &= -\frac{1348 \times 2}{1000 \times 100} \\ &= -\frac{2696}{100000} \\ &= -0,02696 \end{aligned}$$

Способ 2:

$$\begin{array}{r} 1,348 \\ \times 0,02 \\ \hline 0,02696 \end{array}$$

Три цифры после запятой
Две цифры после запятой
 $3 + 2 = 5$ цифр после запятой

$\therefore 1,348 \times (-0,02) = -0,02696$

Положительное число $\times$ Отрицательное число =
Отрицательное число



ОБСУДИТЕ

Какую связь вы заметили между числом цифр дробной части в двух множителях и числом цифр дробной части в произведении?



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

«п.з.» — это сокращение от выражения «после запятой».

19 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите без использования калькулятора.

а) $3,47 \times 1,2$

б) $2,93 \times (-0,07)$

20 ПРИМЕР

Вычислите без использования калькулятора.

а) $(-3,27) \div 0,3$

б) $(-0,9628) \div (-0,004)$

РЕШЕНИЕ

а) Способ 1:

$$\begin{aligned} -\frac{3,27}{0,3} &= -\frac{32,7}{3} \\ -\frac{32,7}{3} &= -10,9 \end{aligned}$$

Чтобы 0,3 записать в виде целого числа, передвиньте запятую на 1 знак вправо.

Способ 2:

$$\begin{aligned} -\frac{3,27}{0,3} &= -\frac{3,27 \times 100}{0,3 \times 100} \\ &= -\frac{327}{30} \\ &= -10,9 \end{aligned}$$

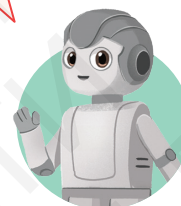
$\therefore (-3,27) \div 0,3 = -10,9$

Отрицательное число $\div$ Положительное число =
Отрицательное число

РАВНОСИЛЬНОСТЬ



Для того чтобы в дроби делитель записать в виде целого числа, нужно числитель и знаменатель дроби умножить на 10. Таким же образом, чтобы делимое в дроби $\frac{3,27}{0,3}$ записать в виде целого числа, надо числитель и знаменатель дроби умножить на 100: $\frac{327}{30}$.



б) Способ 1:

$$\frac{-0,9628}{-0,004} = \frac{962,8}{4}$$

Чтобы 0,004 выразить в виде целого числа, передвиньте запятую на 3 знака вправо.

$$\begin{array}{r} 962,8 \overline{) 4} \\ 8 \overline{) 240,7} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore (-0,9628) \div (-0,004) = 240,7$$

Способ 2:

$$\begin{aligned} \frac{-0,9628}{-0,004} &= \frac{0,9628}{0,004} \\ &= \frac{0,9628 \times 10\,000}{0,004 \times 10\,000} \\ &= \frac{9628}{40} \\ &= 240,7 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 9628,0 \overline{) 40} \\ 80 \overline{) 240,7} \\ 162 \\ \underline{160} \\ 280 \\ \underline{280} \\ 0 \end{array}$$

20 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите без использования калькулятора.

а) $(-0,266) \div 0,07$

б) $(-0,148) \div (-0,005)$

С Использование калькулятора

Рассмотрим возможность выполнения четырёх действий над действительными числами с использованием калькулятора.

21 ПРИМЕР

Вычислите с использованием калькулятора.

а) $(-8) \times (-3) \div (-6)^2$

б) $\left(-5\frac{1}{4}\right) \times \left(2\frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{2}{3}\right)^3$

в) $\frac{\sqrt{3,85 + 1,5 \times 3}}{\sqrt[3]{4\frac{1}{3} - \frac{5}{8}}}$

РЕШЕНИЕ

	Выражение	Последовательность кнопок	Ответ
а)	$(-8) \times (-3) \div (-6)^2$	$(-)\ 8 \times (-)\ 3 \div ((-)\ 6 \)$ $x^2 =$ $S \leftrightarrow D$	$\frac{2}{3}$ 0,666666667
б)	$\left(-5\frac{1}{4}\right) \times \left(2\frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$(-)\ 5 \triangleright 1 \triangleright 4 \triangleright \times$ $(-)\ 2 \triangleright 1 \triangleright 2 \triangleright \div$ $(\) \triangleright 2 \triangleright 3 \triangleright) \triangleright x^3 =$ $S \leftrightarrow D$ $a \frac{b}{c} \leftrightarrow \frac{d}{c}$	$-\frac{2835}{64}$ -44,296875 $-44\frac{19}{64}$
в)	$\frac{\sqrt{3,85 + 1,5 \times 3}}{\sqrt[3]{4\frac{1}{3} - \frac{5}{8}}}$	$\sqrt{\ } \triangleright 3,85 \triangleright + \triangleright 1,5 \triangleright \times \triangleright 3 \triangleright \triangleright$ $\sqrt[3]{\ } \triangleright 4 \triangleright 1 \triangleright 3 \triangleright -$ $\triangleright 5 \triangleright 8 \triangleright =$	1,866882492



ОБСУДИТЕ

При вычислении степеней чисел с использованием калькулятора есть некоторые ограничения. Попробуйте вычислить значения 3^{20} , 3^{100} , 3^{200} , 3^{300} и 3^{600} . Какие из вычислений нельзя выполнить? Что вы поняли об ограничениях калькулятора?



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Кнопка $S \leftrightarrow D$ переводит обыкновенную дробь в десятичную, и наоборот, а кнопка $a \frac{b}{c} \leftrightarrow \frac{d}{c}$ – смешанное число в неправильную дробь, и наоборот.

21 ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Вычислите с использованием калькулятора.

$$\text{a) } 2,33 \times [5,75 - (-1,68)^2] \quad \text{b) } \frac{5}{8} \times \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(-2\frac{2}{3}\right) \quad \text{c) } \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \div \sqrt[3]{8,89}}{-4,57 + 11,3 \times 2,2}}$$

2.5 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

НАЧАЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

- 1 Выполните действия. Выразите ответ в виде несократимой дроби.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{5} + \frac{2}{7} & \text{b) } \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \\ \text{c) } 2\frac{3}{4} - 3\frac{11}{12} & \text{d) } -1 - \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{6}{5}\right) \\ \text{e) } \left(-\frac{24}{25}\right) \times \frac{45}{16} & \text{f) } \left(-\frac{7}{11}\right)^2 - \frac{7}{11} \\ \text{g) } \frac{9}{32} \times 1\frac{3}{5} \times 3\frac{1}{3} & \text{h) } \frac{\left(-4\frac{3}{8}\right)}{\left(5\frac{1}{4}\right)} \\ \text{i) } \left(-1\frac{3}{5}\right) \div \left(-1\frac{1}{3}\right) & \text{j) } 3 + 2\frac{1}{2} \div \left(-1\frac{1}{4}\right) \end{array}$$

Проверьте ответ с использованием калькулятора.

- 2 Вычислите.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 32,7 + 9,84 & \text{b) } 25,02 - 9,765 \\ \text{c) } 11,47 \times 2,8 & \text{d) } (-3,45) \times 1,06 \\ \text{e) } 10,68 \div 0,6 & \text{f) } (-0,1935) \div 0,009 \end{array}$$

Проверьте ответ с использованием калькулятора.

СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ

- 3 Выполните действия. Выразите ответ в виде несократимой дроби.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)^2 \\ \text{b) } 1\frac{5}{7} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) \div \left(-1\frac{1}{4}\right) \\ \text{c) } \left(-2\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{9}{8}\right) + \left(-\frac{7}{4}\right) \times \frac{2}{21} \\ \text{d) } \left[-1\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{6}\right)\right] \div \left[\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3\right] \end{array}$$

- 4 Вычислите с использованием калькулятора.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{37^2 - 35^2} & \text{b) } \sqrt[3]{3375} - \left(-4\frac{1}{3}\right)^2 \\ \text{c) } \left[-5\frac{3}{4} - \left(-6\frac{1}{2}\right)\right]^3 & \text{d) } \frac{\sqrt{3,21 + 0,4}}{4,7 - 2,2} \end{array}$$

- 5 $\frac{1}{5}$ часть учащихся 7 класса проживают в махалле Хислат, $\frac{4}{9}$ части – в махалле Ахил. Какая часть учащихся 7 класса не проживает в махаллях Хислат и Ахил?

- 6 Жамол потратил $\frac{5}{8}$ частей своих денег на покупку спортивной обуви. $\frac{1}{3}$ часть оставшихся денег отдал на благотворительность. Какую часть всех денег Жамол отдал на благотворительность?

- 7 У Марьям есть 0,5 kg муки. Она хочет испечь торт. По рецепту ей требуется $4\frac{1}{4}$ чашки муки, по $\frac{1}{8}$ kg каждая. Хватит ли муки для торта? Если нет, сколько ещё килограммов муки потребуется?

ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ

- 8 Может ли разность двух произвольных десятичных дробей быть:

- a) конечной десятичной дробью;
b) периодической дробью;
c) целым числом;
d) иррациональным числом?

Подтвердите свой ответ примерами.

- 9 Али, Ботир и Чарос – бизнес-партнёры. $\frac{1}{3}$ часть инвестиций принадлежит Али,

а $\frac{2}{7}$ части – Ботиру.

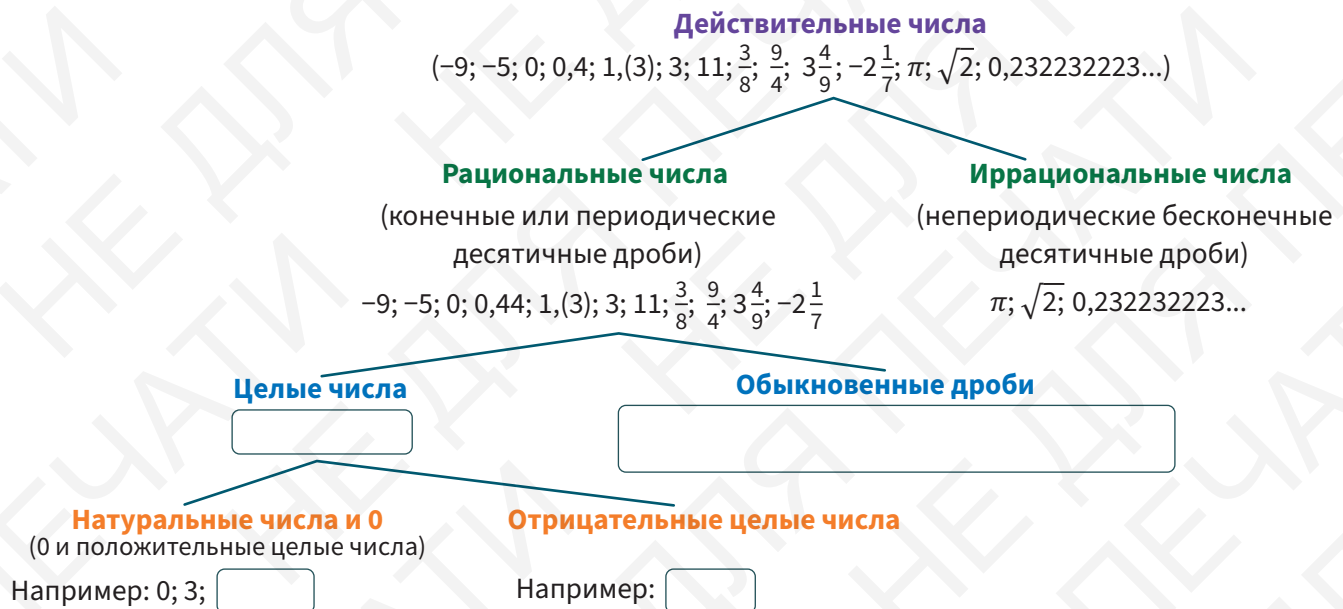
- a) Какая часть бизнеса принадлежит Чарос?
b) Какова была общая сумма инвестиций, если Али инвестировал на 6 000 000 сумов больше, чем Ботир?

- 10 В два одинаковых сосуда A и B налили воду. Сосуд A заполнен на $\frac{3}{7}$ части, сосуд B – на $\frac{8}{11}$ частей. Сколько частей воды надо перелить из сосуда B в сосуд A , чтобы объём жидкости в обоих сосудах стал равным?

- 11 Даны рациональные числа $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{11}$.
- Найдите наибольшее число.
 - Найдите два рациональных числа, находящиеся между данными числами.
 - Сравните свой ответ из пункта **b)** с ответами одноклассников.
 - Сколько рациональных чисел между числами $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{11}$? Обоснуйте свой ответ.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ИЗ ГЛАВЫ 2

КЛАССИФИКАЦИЯ ЧИСЕЛ



Рациональные числа

- Рациональными числами называются действительные числа, которые можно записать в виде $\frac{a}{b}$, где a и b – целые числа и $b \neq 0$.
- Рациональные числа состоят из десятичных дробей и десятичных дробей.

Приведите два примера рациональных чисел.

Иррациональные числа

- Иррациональными числами называются действительные числа, которые нельзя записать в виде $\frac{a}{b}$, где a и b – целые числа и $b \neq 0$.
- Иррациональные числа состоят из и десятичных дробей.

Приведите два примера иррациональных чисел.

ЧИСЛОВАЯ ОСЬ

- Произвольное действительное число можно обозначить точкой на числовой оси.
- Числовая ось показывает расположение действительных чисел. Каждое число на числовой оси меньше чисел, расположенных справа от него, и больше чисел, расположенных слева от него. Например, $-3 < -2,6 < -2$ и $1,6 > -2,6$.

